INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA a-XI-a

SUBIECTELE :

1. Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$, $A^3 = 27I_n$ şi $\det(A - 3I_n) \neq 0$.

   Calculaţi $\det(A + 3I_n)$.

Prof. Viorel Botea, Brăila

2. Să se rezolve în $\mathcal{M}_2(\mathbf{C})$ ecuaţia:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 7 & 13 \end{pmatrix}$$

Prof.Dan Negulescu,Brăila

3. Fie şirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_0 = a \in \mathbf{R}$, $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{x_n^2 - x_n + 1}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

   Demonstraţi că $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

Prof. Viorel Botea, Brăila

4. Fie f, g :$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, două funcţii cu următoarele proprietăţi:

a) $f(x-y)-xf(y)\leq 1-g(x)$ pentru orice x, y $\in\mathbf{R}$;

b) $g(0)=0$ şi $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{g(x)}{x} = 1$

   Demonstraţi că f este funcţia identic 1.

Gazeta Matematică 8/2005

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.